1

(1) $S\cos(90^\circ-\theta)=mg$

$S(\cos 90^\circ\cos\theta+\sin 90^\circ\sin\theta)=mg$

$S=\dfrac{mg}{\sin\theta}$

(2) $T=mg\cos(90^\circ-\theta)$

$=mg\sin\theta$

(3) 力学的エネルギー保存則より

$mgh_0=\frac{1}{2}mv^2+mgh_x$

と書ける。ここでh_0は点x_0での高さ，vは点xでの質点での速さ

h_xは点xでの高さである。h_0, h_xは

$h_0=kx_0^2$

$h_x=kx^2$

と書けるからvは

$mgkx_0^2=\frac{1}{2}mv^2+mgkx^2$

$\frac{1}{2}v^2=gk(x_0^2-x^2)$

$v=\pm\sqrt{2gk(x_0^2-x^2)}$

$v>0$より

$v=\sqrt{2gk(x_0^2-x^2)}$

となる。

(4) 前問のv^2は

$v^2=2gk(x_0^2-x^2)$

であった。これは，両辺を時刻tで微分すると

$2v\dfrac{dv}{dt}=2gk\left(2x_0\dfrac{dx_0}{dt}-2x\dfrac{dx}{dt}\right)$

$\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{2gk}{v}\left(x_0\dfrac{dx_0}{dt}-x\dfrac{dx}{dt}\right)$

となるが，ここで点x_0で静止しているので

$\dfrac{dx_0}{dt}=0$

より

$\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{2gk}{v}(-xv)\quad\left(\because \dfrac{dx}{dt}=v\right)$

$\dfrac{d^2x}{dt^2}=-2gkx$

となる。よって運動方程式は

$m\dfrac{d^2x}{dt^2}=-2mgkx$

となる。

(5) 前問の運動方程式の一般解を$x=Ce^{\lambda t}$

(C, λは定数)として代入すると

$\lambda^2=-2gk$

$\lambda=\pm i\sqrt{2gk}$

となるのでxは

$x=C_1\cos\sqrt{2gk}\,t+C_2\sin\sqrt{2gk}\,t$

となる。C_1, C_2は定数である。

よって周期Tは

$T=\dfrac{2\pi}{\sqrt{2gk}}$

$=\pi\sqrt{\dfrac{2}{gk}}$

2

2(1) $Q_1 = C_1(V - V_1)$

$Q_2 = C_2(V - V_2)$

$Q_3 = C_3(V - V_3)$

(2) $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

(3) $C_1(V - V_1) + C_2(V - V_2) + C_3(V - V_3) = 0$

$(C_1 + C_2 + C_3)V = C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3$

$V = \dfrac{C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3}{C_1 + C_2 + C_3}$

3.(1) 仕事Wは

$$W = p\int_{V_0}^{V_1} dV$$

$$= p(V_1 - V_0)$$

となる。ここでV_1, V_0は温度がT_0, T_1のでの体積なのでWは

$$W = p\left(\frac{nRT_1}{p} - \frac{nRT_0}{p}\right) \quad (\because 圧力一定)$$

$$= nR(T_1 - T_0)$$

となる。

(2) 熱量Qは

$$Q = C_V\int_{T_0}^{T_1} dT + nR(T_1 - T_0)$$

$$= C_V(T_1 - T_0) + nR(T_1 - T_0)$$

$$= (C_V + nR)(T_1 - T_0)$$

$$= C_p(T_1 - T_0)$$

となる。

(3) エントロピー変化Sは

$$S = C_V\int_{T_0}^{T_1} \frac{1}{T} dT + p\int_{V_0}^{V_1} \frac{1}{T} dV$$

$$= C_V \ln\left|\frac{T_1}{T_0}\right| + nR\int_{V_0}^{V_1} \frac{1}{V} dV$$

$$= C_V \ln\left|\frac{T_1}{T_0}\right| + nR \ln\left|\frac{V_1}{V_0}\right|$$

$$= C_V \ln\left|\frac{T_1}{T_0}\right| + nR \ln\left|\frac{T_1}{T_0}\right|$$

$$= C_p \ln\left|\frac{T_1}{T_0}\right|$$

となる。