H17 北大 物理 4回目

問7

(1) $m\alpha = mg - T$ ―①

となる。但し、鉛直下向きを正とした。

(2) $I\varphi = rT - \mu MgR$ ―②

となる。但し、反時計回りを正とした。

(3) まず、おもりが等速度運動するので

$\alpha = 0$

より、(1)の①式よりTは

$mg - T = 0$

$T = mg$

となる。$T = mg$を②に代入して

$I\varphi = rmg - \mu MgR$

となる。また、ひもはすべらないので

$\alpha = r\varphi$ ―③

$\therefore \varphi = 0$

より

$I \cdot 0 = rmg - \mu MgR$

$rmg = \mu MgR$

$mr = M\mu R$

となる

(4) まず、(1)の①式を(2)の②式に代入し、Tを消去する。すると

$$I\varphi = r(mg - m\alpha) - \mu MgR$$
$$= mgr - \mu MgR - mr\alpha$$
$$= g(mr - \mu MR) - mr\alpha$$

となる。また、③式より

$$I \cdot \frac{\alpha}{r} = g(mr - \mu MR) - mr\alpha$$

$$\left(\frac{I}{r} + mr\right)\alpha = g(mr - \mu MR)$$

$$\alpha = \frac{g}{\frac{I}{r} + mr} \cdot (mr - \mu MR)$$

となる。ここで鉛直下向きにx軸をとり、おもりの位置をxとするとαとxは

$$\alpha = \frac{d^2x}{dt^2}$$

の関係にある。

これよりαは

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{g}{\frac{I}{r} + mr}(mr - \mu MR)$$

と書ける。両辺tで積分すると

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\frac{I}{r} + mr}(mr - \mu MR)t + C_1$$

となる。C_1は定数である。ここで$t = 0$のとき$\frac{dx(0)}{dt} = V$より

$C_1 = V$

より

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\frac{I}{r} + mr}(mr - \mu MR)t + V$$

となる。おもりが停止したとき、速さは零なので停止したときの時刻t_1とすると

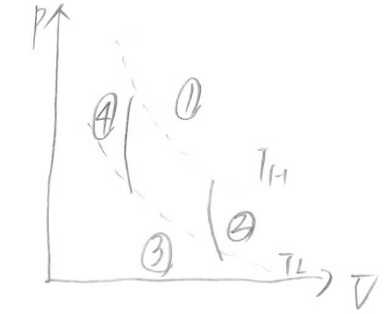
$$\frac{dx(t_1)}{dt} = 0 = \frac{g}{\frac{I}{r} + mr}(mr - \mu MR)t_1 + V$$

$$t_1 = \frac{V\left(\frac{I}{r} + mr\right)}{g(\mu MR - mr)}$$

となる。よって停止するまでに要した時間はt_1だけである。

問2

(1)



① 等温膨張
② 断熱膨張
③ 等温収縮
④ 断熱収縮

(2) まず、Q_Hは過程①及び②のときに受ける熱量の和と等しく、過程②は断熱変化なので過程①の熱量とQ_Hは等しい。Q_Hは

$$Q_H = mRT_H \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV$$

$$= mRT_H \ln\left|\frac{V_2}{V_1}\right|$$

となる。

次にQ_Lは過程③及び④のときに捨てる熱量の和と等しく過程④は断熱変化なので過程④の熱量とQ_Lは等しい。Q_Lは

$$Q_L = -mRT_L \int_{V_3}^{V_4} \frac{1}{V} dV$$

$$= mRT_L \ln\left|\frac{V_3}{V_4}\right|$$

となる。

(3) まず、熱効率ηは正味の仕事と高温熱源から受ける熱量との比であるから、

$$\eta = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H}$$

と書ける。前問からQ_H, Q_Lを代入して

$$\eta = \frac{mRT_H \ln\left|\frac{V_2}{V_1}\right| - mRT_L \ln\left|\frac{V_3}{V_4}\right|}{mRT_H \ln\left|\frac{V_2}{V_1}\right|}$$

となる。ここでポアソンの関係式より

$T_H V_1^{\alpha-1} = T_H V_2^{\alpha-1}$ / $T_L V_3^{\alpha-1} = T_L V_4^{\alpha-1}$

$V_1 = V_2$ / $V_3 = V_4$

なのでηは

$$\eta = \frac{mRT_H - mRT_L}{mRT_H}$$

$$= \frac{T_H - T_L}{T_H}$$

となる。

問3

まず、抵抗率ρは

$$\rho = \frac{R}{AB}$$

であるからAC間の抵抗値R_{AC}は

$$R_{AC} = \rho \cdot AC$$
$$= \frac{R}{AB} \cdot xAB$$
$$= Rx$$

と表せる。
次にA, B, E_0を通る閉回路上のループ電流をI_0
A, E, Cを通る閉回路上のループ電流をI_gとする。
KVLより連立方程式

$$\begin{cases} E_0 = RI_0 + R_{AC}I_g \\ \quad = R(I_0 + xI_g) & \text{—①} \\ E = (R_0 + R_g + Rx)I_g + RxI_0 & \text{—②} \end{cases}$$

が求められる。①と②に代入し、I_0を消去するとI_gは

$$E = (R_0 + R_g + Rx)I_g + x(E_0 - xRI_g)$$
$$= (R_0 + R_g + Rx - x^2R)I_g + E_0x$$
$$(R_0 + R_g + Rx(1-x))I_g = E - E_0x$$
$$I_g = \frac{E - E_0x}{R_0 + R_g + Rx(1-x)}$$

となる。